Департамент образования и науки Кемеровской области
Государственное учреждение
«Областной центр мониторинга качества образования»

**Государственная (итоговая) аттестация
выпускников IX классов общеобразовательных
учреждений, организуемая региональной экзаменационной
комиссией Кемеровской области**

МАТЕМАТИКА

СБОРНИК АНАЛИТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Кемерово 2012

Автор:

Т.П. Трушкина, преподаватель математики ГОУ СПО «Кемеровский педагогический колледж», методист кафедры естественнонаучных и математических дисциплин ГОУ ДПО (ПК) С «Кузбасский региональный институт повышения квалификации и переподготовки работников образования», председатель региональной предметной комиссии по математике.

Сборник аналитических материалов составлен по итогам государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов Кемеровской области по математике в 2012 году.

Данный материал предназначен для руководителей и специалистов муниципальных органов управления образованием, муниципальных методических служб, руководителей и педагогических работников образовательных учреждений.

Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов общеобразовательных учреждений, организуемая региональной экзаменационной комиссией Кемеровской области в 2012 году: Математика: сборник аналитических материалов. – Кемерово: ГУ ОЦМКО, 2012. – 45 с.

СОДЕРЖАНИЕ

I. Краткая характеристика КИМ ГИА-9 2012 года по математике

Назначение экзаменационной работы состоит в оценке уровня общеобразовательной подготовки по математике учащихся IX классов общеобразовательных учреждений в целях их государственной (итоговой) аттестации.

Содержание экзамена 2012 г. регламентируется документом «Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Математика. Основное общее образование» (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089), но авторы КИМов отмечают, что в определении объектов контроля нашли отражение концептуальные положения Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования»), в соответствии с которыми результатом освоения основной образовательной программы основного общего образования должна стать математическая компетентность выпускников, т.е. они должны овладеть специфическими для математики знаниями и видами деятельности, а также: научиться преобразованию знания и его применению в учебных и внеучебных ситуациях; сформировать качества, присущие математическому мышлению; овладеть математической терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Содержание и структура экзаменационной работы предусматривают проверку наличия у учащихся базовой математической компетентности (часть 1), необходимой любому образованному человеку в практической деятельности, продолжению образования в старшей школе на базовом уровне, учреждениях НПО и СПО. Часть 2 предназначена для проверки математической подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования полученных знаний при изучении математики и смежных предметов в старших классах на профильном уровне. Основное функциональное назначение заданий части 2 – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

Экзаменационная работа 2012 г. отличается от работ предыдущих лет наличием заданий по геометрии, как в первой, так и второй части. Таким образом, содержание работы охватывает вопросы, относимые программой к разделам арифметики, алгебры, вероятности и статистики, геометрии.

Каждое задание части 1 характеризуется четырьмя параметрами: содержание, категория познавательной области, уровень трудности, форма ответа.

В части 1 экзаменационной работы 2012 г. содержатся задания последующим разделам содержания курса основной школы: *числа, буквенные выражения, преобразования алгебраических выражений, уравнения, неравенства, последовательности и прогрессии, функции и графики, элементы статистики и теории вероятностей, геометрии.*

По категориям познавательной области каждое задания части 1 экзаменационной работы соотносятся с одной из четырех категорий познавательной области:

- *Знание / понимание*: владение термином; владение различными эквивалентными представлениями (например, числа); распознавание (на основе определений, известных свойств, сформированных представлений); использование различных математических языков (символического, графического, вербального), переход от одного языка к другому; интерпретация.
- *Умение применить алгоритм*: использование формулы как алгоритма вычислений; применение основных правил действий с числами, алгебраическими выражениями; решение основных типов уравнений, неравенств, систем.
- *Умение применить знания для решения математической задачи:* умение решить математическую задачу, предполагающую применение системы знаний, включение известных понятий, приемов и способов решения в новые связи и отношения, распознавание стандартной задачи в измененной формулировке.

- *Применение знаний в практической ситуации:* умение выполнять задания, соответствующие одной из первых трех категорий данного списка, формулировка которых содержит практический контекст, знакомый учащимся или близкий их жизненному опыту.

Планируемые показатели трудности заданий части 1 работы (предполагаемый процент верных ответов) находятся в диапазоне от 40 до 90%. По уровню трудности задания распределяются следующим образом: 9 заданий уровня 70–90%, 5 заданий уровня 60–70% и 4 задания уровня 40–60%. Такое соотношение позволяет реализовать принцип реалистичности экзаменационной работы.

Объекты контроля в заданиях части 2 характеризуют повышенный и высокий уровень математической подготовки выпускников основной школы. Это умения: интегрировать знания из различных тем курса при решении задач комбинированного характера; проводить доказательства сформулированных утверждений; владеть некоторыми специальными приемами решения задач; использовать
разнообразные способы рассуждений при исследовании математических ситуаций; математически грамотно и ясно записывать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Эта часть содержит 5 заданий из различных разделов курса, требующих развернутого ответа. Задания в части 2 расположены по нарастанию трудности – от относительно простых до достаточно трудных, предполагающих свободное владение материалом и высокий уровень математического развития.

Фактически в части 2 работы представлены задания трех разных уровней. Первое (задание № 19 в экзаменационной работе) самое простое и в 2012 году было направлено на проверку владения формально-оперативными навыками преобразование алгебраического выражения, а конкретнее сокращением алгебраических дробей. По уровню сложности это задание лишь немногим превышает некоторые задания первой части и планируемый уровень трудности этого задания составлял 40–50%. Следующие два задания (№ 20 и № 21) более высокого уровня, они труднее первого и в техническом, и в логическом отношении. В 2012 г. здесь были представлены задания из разделов: геометрическая задача на доказательство и геометрическая прогрессия. Их планируемый уровень трудности – 20–40%. Последние два задания (№ 22 и № 23) наиболее трудные, они требуют свободного владения материалом и довольно высокого уровня математического развития. В 2012 г. задания № 22 и № 23 относились к разделам: задача с параметром и построением графика функции, геометрическая задача на вписанную в треугольник окружность. Их планируемый уровень трудности – менее 20%. Рассчитаны эти задачи на выпускников, изучавших математику более основательно, чем в рамках пятичасового курса, например, в рамках углубленного курса математики, элективных курсов в ходе предпрофильной подготовки, в математических кружках и проч.

Был проведен сравнительный анализ уровня сложности Кимов ГИА по математике в 9-х классах 2011 года и 2012 года. Трудность содержательного сравнения уровня сложности КИМ ГИА-9 по математике 2012 г. в сравнении с КИМами 2011 г. заключается в том, что контрольно-измерительные материалы 2012 года значительно усовершенствованы.

Главное отличие – это присутствие заданий по геометрии в обеих частях работы. Введение заданий по геометрии, несомненно, усложняет Кимы 2012 года, но данный момент является положительным. После того как геометрия много лет назад перестала быть обязательным предметом для сдачи экзамена, многие учителя стали меньше уделять значения этому предмету, зачастую заменяя уроки геометрии алгеброй. Такое отношение к геометрии в принципе неверно, так как при правильном подходе к предмету, именно геометрия в большей мере способствует развитию логического мышления, монологической речи, доказательным рассуждениям. Геометрические задачи, как правило, имеют несколько подходов к решению, что так же развивает учеников, в частности вариативность мышления.

Сравнение уровня сложности первой части экзаменационной работы по математике 2011 и 2012 года показало, что в общей сложности базовая часть экзамена в 2012 году более сложная за счет.

- введения геометрического материала;
- сокращения числа заданий с выбором ответа. Выбор ответа для части детей позволяет проверить правильность своего решения и избежать нелепых ошибок, в частности вычислительных;
- уменьшение числа заданий репродуктивного характера при увеличении числа заданий на выявление степени понимания выпускником основных элементов содержания учебных программ, оценку сформированности умений применять полученные знания в различных ситуациях, анализ и обобщение информации, высказывание и аргументацию оценочных суждений.

Сравнение заданий второй части позволил сделать вывод, что алгебраический материал второй части экзаменационной работы 2012 года не сложнее аналогичных заданий 2011 года. Усложнение второй части заданий произошел за счет введения геометрического материала.

Таким образом, экзаменационная работа 2012 года сложнее, чем в 2011 году. Но об этом усложнении было известно заранее, перспективная модель экзамена по математике была опубликована на сайте ФИПИ в августе 2011 года.

К сожалению, экзаменационная работа оказалась для выпускников 9-х классов в Кемеровской области настолько сложной, что результаты в разы ниже результатов как по Российской Федерации в данном учебном году, так и результатов выпускников 9-х классов 2011 года.

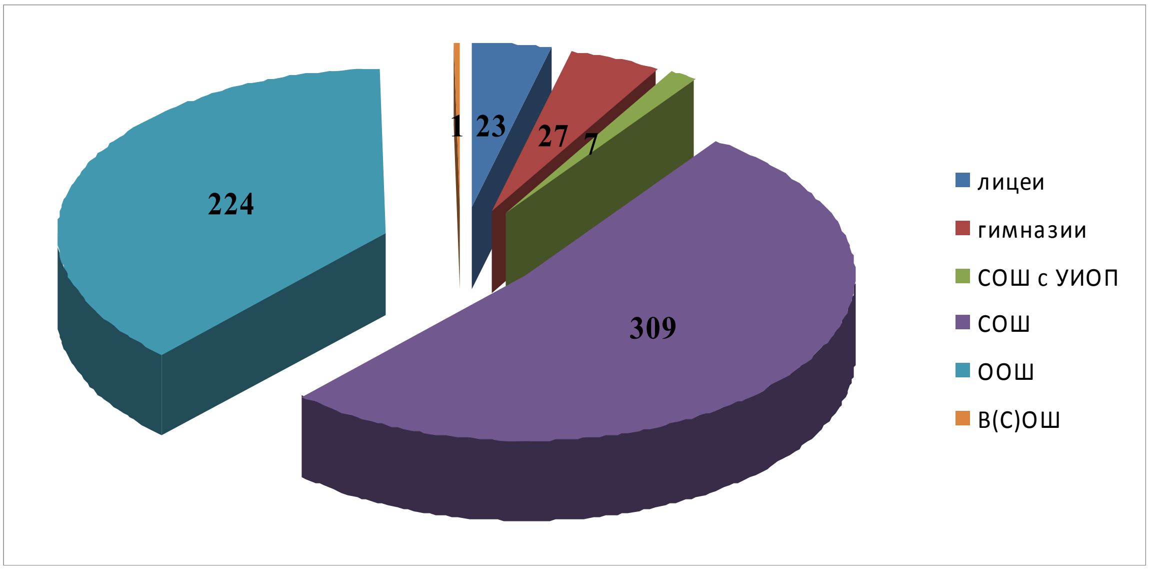
II. Результаты государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений Кемеровской области в 2012 году

Государственная (итоговая) аттестация выпускников девятых классов по математике в 2012году была проведена 29 мая в соответствии с письмом Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки от 28.02.2012г.

2012 № 02-5 «О сроках проведения ГИА-9 в новой форме» и приказом Департамента образования и науки Кемеровской области от 22.03.2012г. № 690 «Об утверждении сроков проведения государственной (итоговой) аттестации выпускниковIX классов общеобразовательных учреждений Кемеровской области, организуемой региональной экзаменационной комиссией, продолжительности экзаменов по каждому общеобразовательному предмету и перечня дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на экзамене по отдельным общеобразовательным предметам в 2011-2012 учебном году»

В экзамене приняли участие выпускники 9-х классов в количестве 18103человека из всех муниципальных образований области, что составило примерно 78 % от выпускников IX классов общеобразовательных учреждений Кемеровской области. При этом 5089 человек сдавали экзамен по математике в традиционной форме. Для сравнения в 2011 году в новой форме по математике сдавало 80,5 % всех выпускников Кемеровской области. Подробную информацию о количестве выпускников и результатах ГИА по математике можно найти в сборнике статистических материалов «Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов общеобразовательных учреждений, организуемая региональной экзаменационной комиссией Кемеровской области в 2012 году» на сайте областного центра мониторинга качества образования (www.ocmko.ru).

Всего 602 образовательных учреждений, участвовали в ГИА-9 по математике, среди которых 23 лицея, 27 гимназий, 7 средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов, 309 средних общеобразовательных школ, 224 основных общеобразовательных школ, 1 вечерня (сменная) общеобразовательная школа.



Количество общеобразовательных учреждений, участвующих в государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов, организуемой региональной экзаменационной комиссии

До 2009-2010 учебного года экзамен по математике сдавался по двум учебным предметам – алгебре и геометрии, в 2010 году и 2011 году экзамен сдавался по математике (алгебре) и в 2012 году впервые по математике, где были представлены все разделы школьного курса математики, включая геометрию. В таблице 1 представлена подробная информация о результатах государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов по математике, организуемой региональной экзаменационной комиссии Кемеровской области по учебным годам.

Результаты государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов по математике (алгебре), организуемой региональной экзаменационной комиссии Кемеровской области по учебным годам

Учебный год	**Кол-во чел./экз.**	**Распределение отметок (в %)**		
		«2»	**«3»**	**«4» и «5»**
2006-2007	7609	3,4	41,5	57
2007-2008	16512	14,5	35,6	50
2008-2009	16662	26,3	40,6	33,1
2009-2010	23269	11,2	37,6	51,2
2010-2011	20504	12,5	36,2	51,3
2011-2012	18103	21,1	54,9	24

Процедура проверки контрольных экзаменационных работ выпускников IX классов по математике в 2012 году осуществлялась так же, как и в 2012 году.

Экзаменационные работы проверялись региональной экзаменационной комиссией Кемеровской области в трех центрах, расположенных в городах Кемерово, Новокузнецк, Мариинск. При проверке работы распределялись таким образом, чтобы члены экзаменационной из муниципальных территорий проверяли работы учащихся из других населенных пунктов.

Оценивание результатов выполнения работ выпускниками в 2012 г., как и в предыдущие годы, осуществлялось с помощью двух количественных показателей: традиционной отметки и общего балла, назначение которого – расширение диапазона традиционных отметок. Подходы к начислению баллов за выполнение заданий части 1 и части 2 не отличаются от принятых в предшествующем году. За каждое верно решенное задание части 1 учащемуся начислялся 1 балл. За верное выполнение заданий части 2 – 2 балла (задание № 19), 3 балла (задания № 20 и № 21) и 4 балла (задания № 22 и № 23).

Общий балл формируется путем суммирования баллов, полученных учащимся за выполнение частей 1 и 2 работы. В итоге за часть 1 максимально можно получить 18 баллов, за часть 2 – 16 баллов, за работу в целом – 34 балла. Задание части 2 оценивается максимальным баллом, если учащийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. Если в решении допущена ошибка, не имеющая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то учащемуся засчитывается балл, на 1 меньше максимального. Другие возможности не предусматриваются.

Рассмотрев протоколы проверки результатов государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений Кемеровской области, организуемой региональной экзаменационной комиссией, по математике региональная экзаменационная комиссия Кемеровской области установила региональную шкалу (см. Таблицу) перевода баллов в систему оценивания, используемую для выставления отметок в свидетельство об основном общем образовании в 2012 году (Решение заседания региональной экзаменационной комиссии «Об утверждении протоколов проверки государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений Кемеровской области, организуемой региональной экзаменационной комиссией, по математике» от.09.06.2012 г. № 2 г. Кемерово).

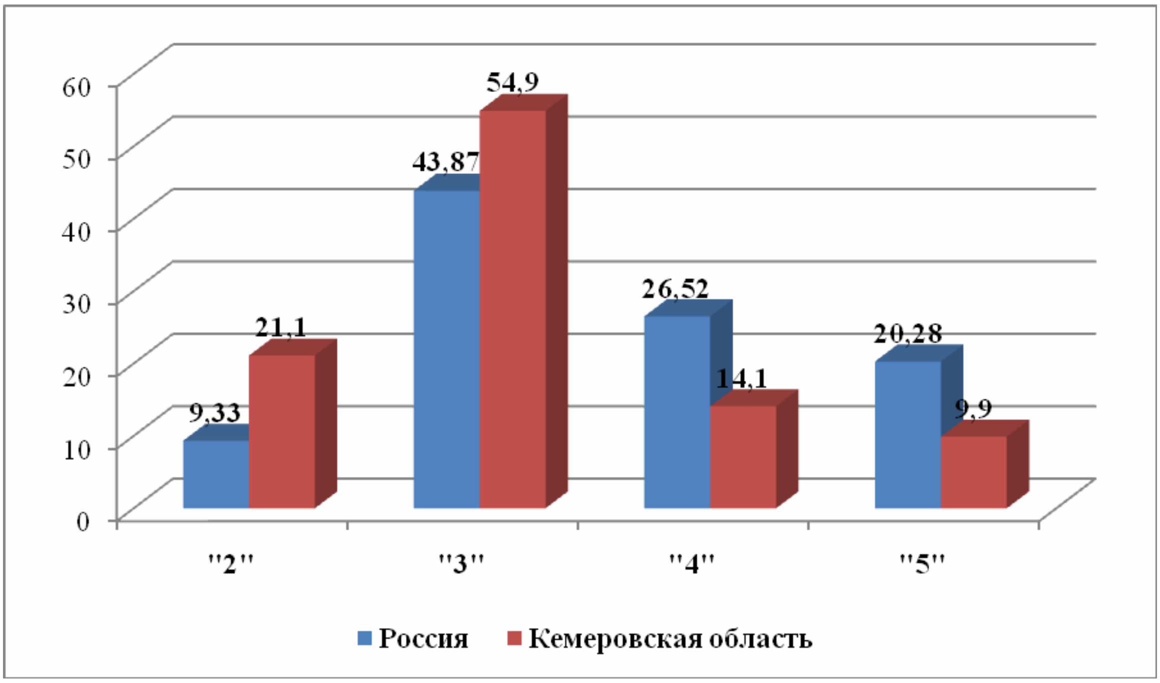
Связь бальной шкалы и отметки по пятибалльной шкале

	Отметка по пятибалльной шкале			
	«2»	**«3»**	**«4»**	**«5»**
Федеральный уровень	менее 8 баллов за часть 1 работы	от 8 до 15 баллов	от 16 до 19 балла	от 20 до 34 баллов
Региональный уровень	менее 7 баллов за часть 1 работы	от 7 до 15 баллов	от 16 до 19 балла	от 20 до 34 баллов

В ниже следующей таблице приведено распределение отметок по пятибалльной шкале по России и Кемеровской области.

Распределение отметок по пятибалльной шкале (в %)

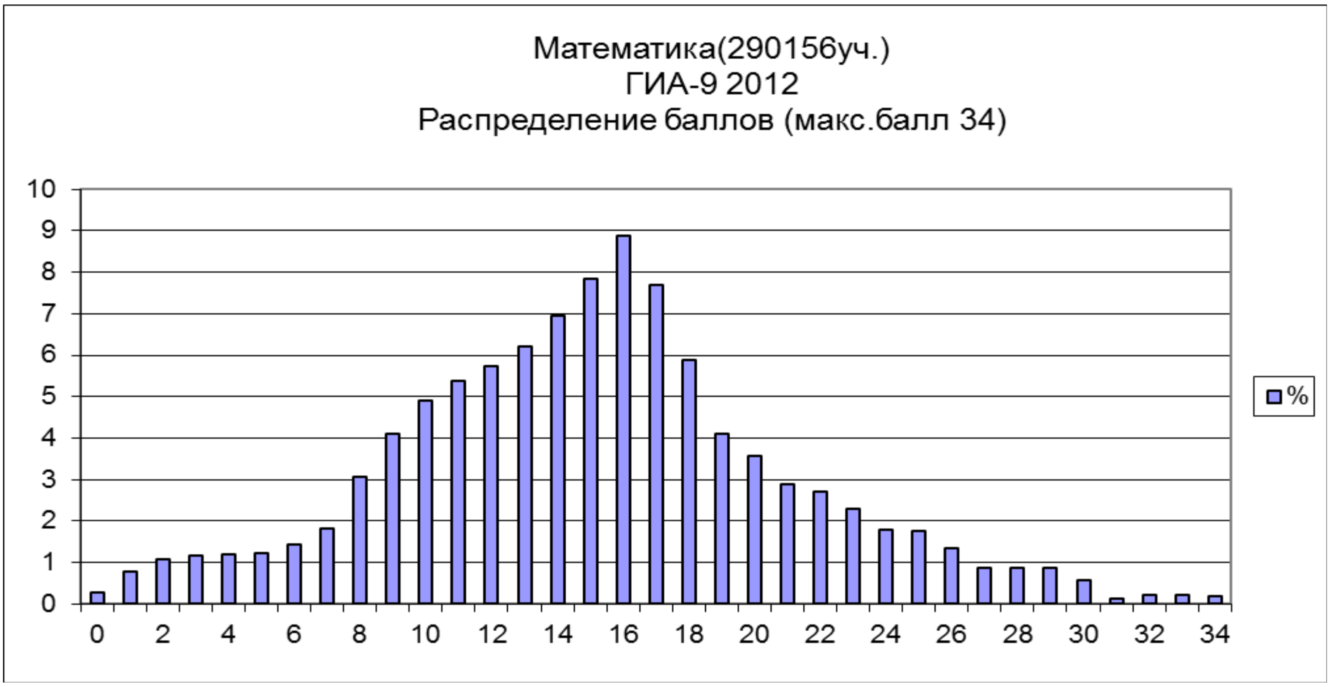
Уровень	**Отметка по пятибалльной шкале**			
	«2»	**«3»**	**«4»**	**«5»**
По России	9,33	43,87	26,52	20,28
По Кемеровской области	21,1	54,9	14,1	9,9



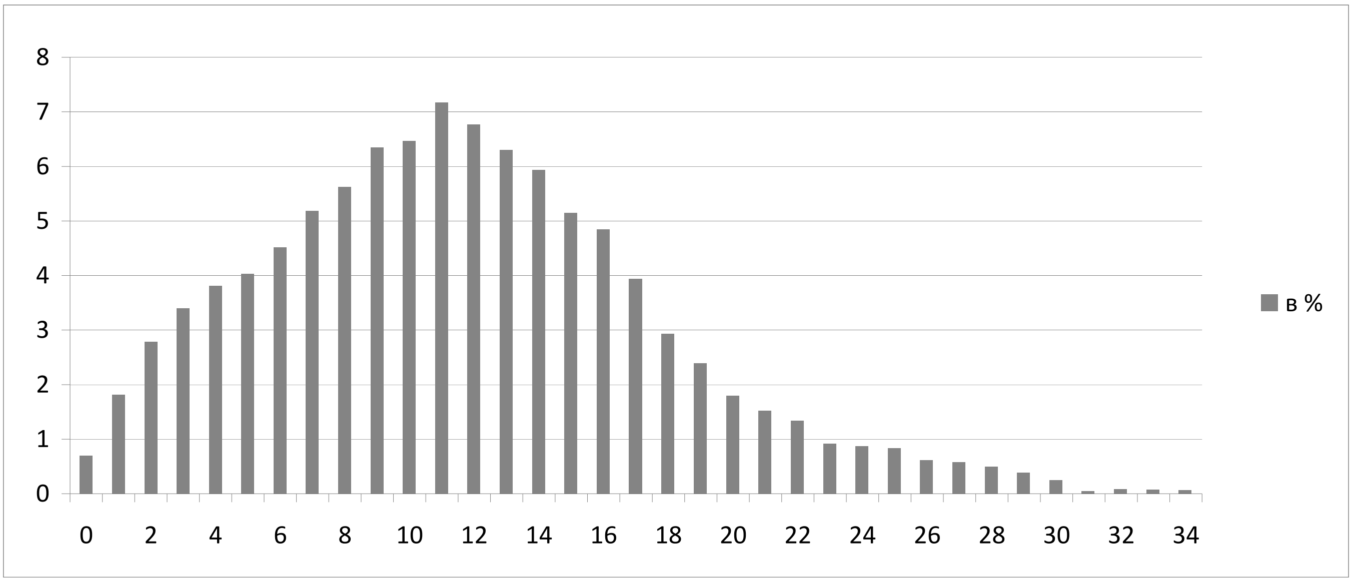
Распределение отметок по пятибалльной шкале (в %)

Результаты итоговой аттестации по Кемеровской области ниже по сравнению со среднероссийскими. У нас двоек в два раза больше, а четверок и пятерок в два раза меньше, чем по России.

Основное назначение общего балла – повышение информативности традиционной отметки, расширение диапазона отметок и более детальная их дифференциация. Введение общего балла позволяет использовать больше градаций для характеристики подготовки успевающих учащихся.



Распределение баллов результатов выпускников по России(максимальный балл – 34)



Распределение баллов результатов выпускников по Кемеровской области (максимальный балл – 34)

На рисунках приведено распределение баллов результатов выпускников 9-х классов по России и Кемеровской области.

Так, например, выпускники, которые набрали 15–18 баллов, получили отметку «4». Это «минимальная четверка», характеризующая в основном подготовку тех учащихся, которые или ограничились выполнением заданий только части 1 (от 15 до 18 заданий) или выполнили одно несложное задание из части 2. Сравнение данных рисунков показывает, что по России таких выпускников примерно 26% от общего числа учащихся, по Кемеровской области таких выпускников 16 %.

Следующая группа сильных «четверочников», получивших от 19 до 21 балла, их уровень подготовки близок к «пятерке». У них сформированы базовые знания и умения, и они способны решать стандартные задачи повышенных уровней. Данная группа составляет примерно 12% от общего числа выпускников России. В нашем регионе такие выпускники составляют 5,71 % от общего количества выпускников 9-х классов, сдававших экзамен в новой форме.

Выпускники, которые получили отметку «5», подразделяются на три группы. В первую группу входят учащиеся, которые имеют «минимальную пятерку» с общим баллом от 22 до 26. Эти учащиеся в полной мере владеют базовыми знаниями и умениями и демонстрируют умение решать задачи повышенного уровня из различных разделов курса. По России такие учащиеся составляют 11% от общего числа учащихся, по Кемеровской области – 9,19 %.

«Пятерку» с высоким рейтингом – от 27 до 30 баллов – имеют примерно 6% от общего числа учащихся по России и 1,71 % по Кемеровской области. Это учащиеся, которые показали свободное владение материалом на базовом уровне, умение находить пути решения задач в ситуациях, отличающихся от стандартных. Они решили хотя бы одну задачу высокого уровня на « 4 балла».

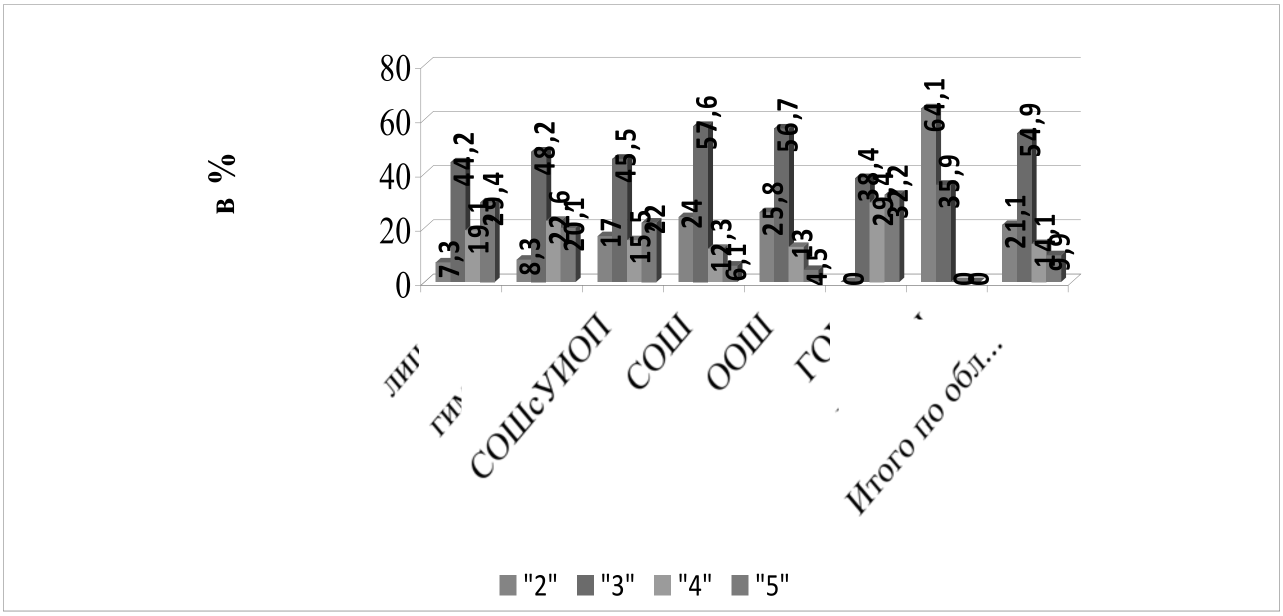
«Пятерку» с очень высоким баллом, от 31 до 34, имеют около 3% учащихся по России и только 0,24 % по Кемеровской области. Это те девятиклассники, которые справились полностью или с небольшими недочетами со всей работой. Они свободно владеют материалом курса и уверенно справляются с ситуациями, требующими нестандартных подходов и определенных исследовательских навыков. Их отличает также умение ясно и в последовательной логике изложить на бумаге свои рассуждения при решении задачи.

Проведенное сравнение показывает, что в области существует огромная проблема с качеством математического образования, особенно с подготовкой учащихся, имеющих высокий уровень математической грамотности и компетентности.

Конечно, для более корректного сравнения необходимо знать какой процент выпускников России приняли участие в новой форме итоговой аттестации, какой процент, из них получали дополнительную подготовку и в каком количестве (факультативы, спецкурсы, углубленное изучение). Но даже поверхностное сравнение должно заставить учителей математике задуматься о причинах столь низких результатов.

Результаты государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов по математике (алгебре) в 2012 году по видам образовательных учреждений

Виды ОУ	**Средняя отметка**	**Средний балл**	**Отметка**				**Кол-во участников**
			2	**3**	**4**	**5**	
Лицеи	3,7	16	7,3	44,2	19,1	29,4	1563
Гимназии	3,5	14,8	8,3	48,9	22,6	20,1	1678
СОШсУИОП	3,4	14	17	45,5	15,5	22	2550
СОШ	3	10,7	24	57,6	12,3	6,1	11545
ООШ	3	10,3	25,8	56,7	13	4,5	560
ГОУ	3,9	17,4	0	38,4	29,4	32,2	143
В(С)ОШ	2,4	5,8	64,1	35,9	0	0	64
Итого	**3,1**	**11,6**	**21,1**	**54,9**	**14,1**	**9,9**	**18103**



Результаты государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов по математике (алгебре) в 2012 году по видам образовательных учреждений (в %)

Анализ вышерасположенных таблицы и рисунка показал, что высоких результатов не достигли ни лицеи и ни губернаторские образовательные учреждения, ниже среднего результаты в гимназиях. В остальных типах образовательных учреждений результаты низкие или очень низкие. Сравнение результатов ГИА по математике в СОШ и ООШ показал, что в СОШ результаты чуть лучше, чем в ООШ.

Очень большой разброс в результатах экзамена и по муниципальным территория Кемеровской области. Свыше третьей части выпускников в ниже следующих муниципальных территорий получили на экзамене двойки: Юргинский район (37,1 %), Чебулинский район (48,6 %), Яшкинский район (41,9 %), Крапивинский район (41,6 %), Ленинск-Кузнецкий район (43,6 %), Мариинский район (38,5 %), Кемеровский р-он (34,9 %), г. Мыски (37,7 %), г. Тайга (39 %). Результаты низкие в основном в сельских муниципальных территориях. Справедливости ради нужно указать, что среди сельских муниципальных территорий есть территории, где результаты не такие плачевные. Среди них: Прокопьевский район (0,7 %), Беловский район (1,1 %), Яйский район (5,7 %), Промышленовский район (3,3 %), Тисульский район (4,8 %). Среди городских муниципальных территорий следует отметить г. Анжеро-Судженск (3,7 %) и г. Прокопьевск (8,1 %).

По результатам сдачи экзамена выпускниками IX классов по математике на государственной (итоговой) аттестации в 2012 году было рассмотрено 400 апелляций, из них в 60 случаях (15 % от общего количества апелляций) балл был повышен и в одном случае понижен. Самое большое количество апелляций было проведено в городе Кемерово, 156 апелляций (39 % от общего количества апелляций), из них в 25 случаев (16 % от общего количества апелляций в г. Кемерово) балл был повышен и в одном случае понижен. Для сравнения в другом крупном городе Новокузнецке было проведено 61 апелляция (15,25 % от общего количества апелляций), три из них удовлетворены, что составило 4,95 % от общего количества апелляций в г. Новокузнецке.

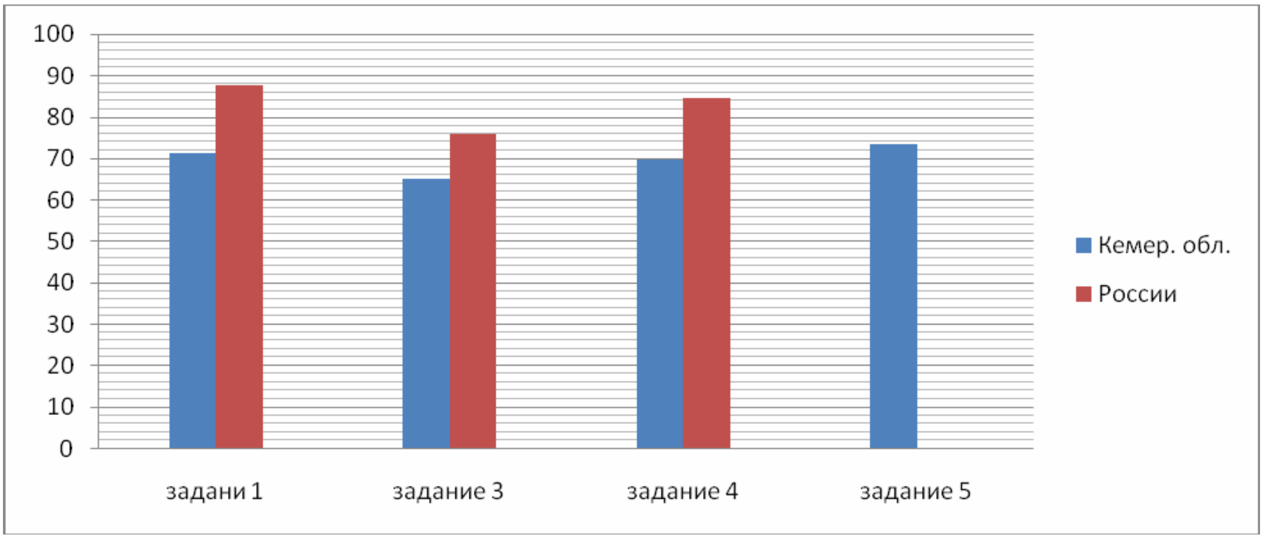
III. Анализ результатов выполнения заданий экзаменационной работы по математике в 2012 году

3.1 Анализ результатов выполнения заданий первой части экзаменационной работы по математике 2012 года

Четыре задания экзаменационной работы были связанны с числовой линией курса алгебры основной школы.

Результаты выполнения заданий по линии «Числа»

№ задания в Кимах	**Содержание задания**	**Познавательная категория**	**Форма ответа**	**Выполнили верно (в %)**	
				Кем.обл.	**Россия**
Задание 1	Выполнение вычислений с рациональными числами	Алгоритм	Краткий ответ	71,3	87,71
Задание 3	Решение арифметической текстовой задачи на вычисления с процентами	Практическое применение	Краткий ответ	64,9	75,84
Задание 4	Понимание соответствия между числами и точками на координатной прямой	Знание/понимание	Выбор ответа	69,6	84,57
Задание 5	Оценка числа, содержащих квадратный корень	Алгоритм	Выбор ответа	73,3	Нет данных



Результаты выполнения заданий по линии «Числа»

Анализ выполнения экзамена с арифметической составляющей курса математики основной школы показал, что процент верно полученных ответов по Кемеровской области по всем трем заданиям выше 60 %, что является не высоким результатом по данным заданиям. Сравнение с результатами по трем заданиям, полученными в среднем по России, показывает, что в регионе они ниже на 16,41 %, 10,94 %, 14, 94 %. По России нет данных на выполнение задания, связанных с оценкой чисел, в записи которых содержится квадратный корень.

Приведем примеры заданий на арифметическую составляющую, которые были включены в экзаменационную работу по математике в 2012 году.

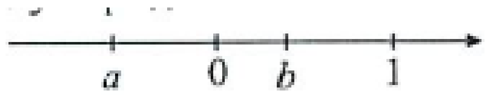
***Пример задания 1*.** Найдите значения выражения $7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 - 8 \cdot \frac{1}{7}$.

Задание достаточно простое, хорошо знакомо учащимся, такого типа задания встречаются во всех учебниках алгебры. Результаты показали, что почти третья часть выпускников (28,7 %) Кемеровской области не освоила действий с обыкновенными дробями.

Пример задания 3. Спортивный магазин проводит акцию: «Любой джемпер по цене 500 рублей. При покупке двух джемперов – скидка на второй 75 %». Сколько рублей придется заплатить за покупку двух джемперов?

Одна из проблем выпускников при решении данной задачи в неумении внимательно читать текст задачи, выделять условие и отвечать на поставленный вопрос. Учащиеся не осознают, что такое скидка, находят скидку в рублях и принимают её за искомую цену. Другая ошибка заключается в том, что скидка берется от стоимости не второго джемпера или другого товара, а двух экземпляров товара. С данной задачей не справилась треть выпускников Кемеровской области (33,1 %).

<u>Пример задания 4</u>. На координатной прямой отмечены числа *a* и *b*.



Какое из следующих утверждений ***неверное***?

1) $a - b < 0$ 2) $ab^2 > 0$ 3) $0 < a + 1 < 1$ 4) $\frac{1}{b} > 1$

Задание на понимание соответствия между числами и точками координатной прямой встречается в экзаменационных работах не первый раз. Для выполнения данного задания учащиеся должны извлечь нужную информацию о числах расположенных на координатной прямой (в нашем случае *a* и *b)*, сделать заключения о неверности или верности утверждения, основываясь на знаниях об арифметических действиях над положительными и отрицательными числами. Процент правильного выполнения этой серии заданий по сравнению с общероссийским результатом не вполне удовлетворителен.

<u>Пример задания 5.</u> Укажите наибольшее из чисел.

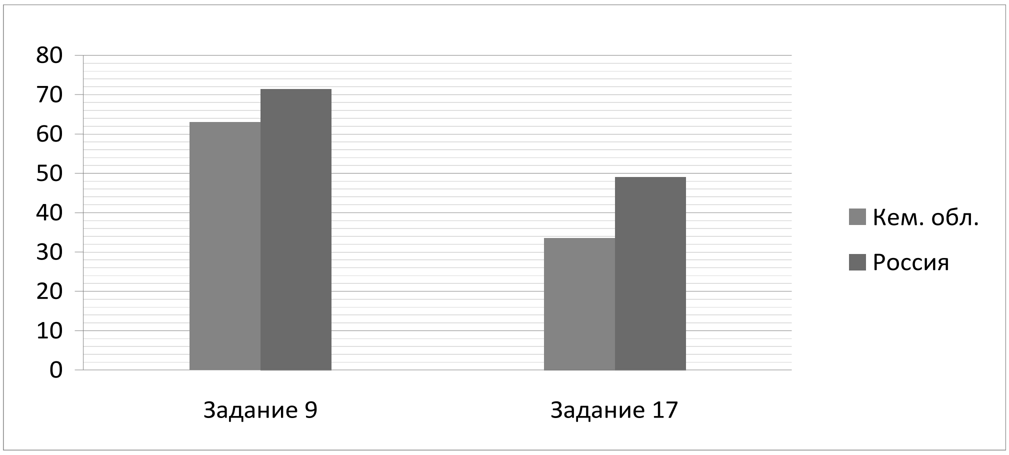
1) $\sqrt{22}$ 2) $2\sqrt{5}$ 3) $(\sqrt{5})^2$ 4) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{2}}$

Результат выполнения данного задания вполне удовлетворителен, 73,3 %. Данных по России в аналитическом отчете о данных типах заданий нет.

Заданий, связанных с тематикой «Алгебраические выражения. Преобразование алгебраических выражений» в экзаменационных работах 2012 году было 2.

Результаты выполнения заданий по линии «Алгебраические выражения. Преобразование алгебраических выражений»

№ задания в Кимах	Содержание задания	Познавательная категория	Форма ответа	Выполнили верно (в %)	
				Кем.обл.	Россия
Задание 9	Преобразование дробных выражений, вычисление значения буквенного выражения при заданных значениях букв	Алгоритм	Краткий ответ	63,0	71,5
Задание 17	Составление буквенного выражения по условию задачи	Решение задач	Краткий ответ	33,6	49,1



Результаты выполнения заданий по линии «Алгебраические выражения. Преобразование алгебраических выражений»

Сравнение результатов выполнения заданий по данному разделу содержания показывает, что и в Кемеровской области и в среднем по России выполнение заданий на преобразование алгебраических выражений выше, чем на составление выражений. Если результаты выполнения задания № 9 можно признать удовлетворительным, то результаты выполнения задания № 17 не являются удовлетворительными. По России в среднем данным умением овладели чуть меньше половины выпускников, в Кемеровской области только третья часть выпускников.

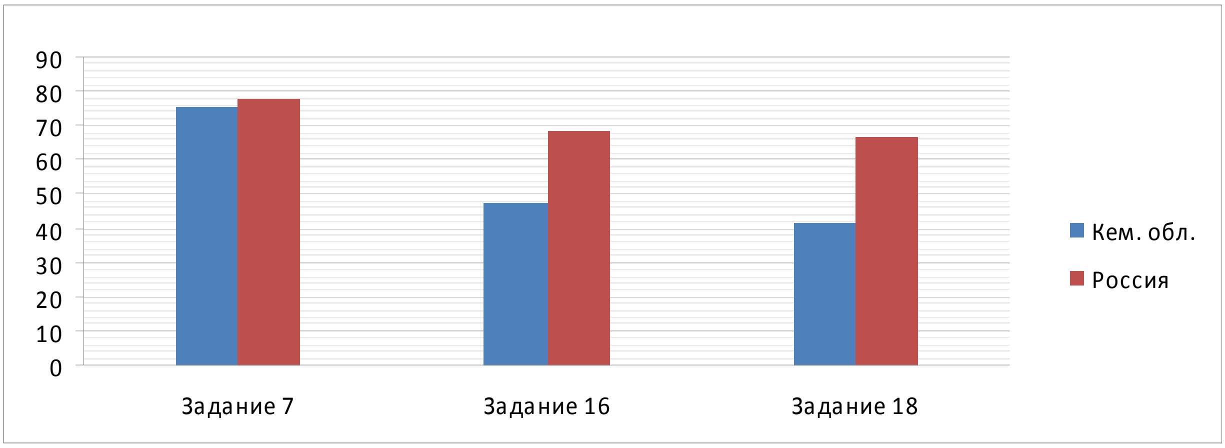
<u>Пример задания 9</u>. Упростителе выражение $\frac{a}{a^2-b^2}:\frac{a}{ab+a^2}$ и найдите его значение при *a=0,8* и *b=0,3.*

<u>Пример задания 17</u>. За 5 минут пешеход прошел *a* метров. За сколько минут он пройдет 120 метров, если будет идти с той же скоростью? Запишите соответствующее выражение.

Линия «Уравнения и неравенства» в контрольно-измерительных материалах экзаменационной работы по математике была представлена заданиями № 7, № 16, № 18.

Результаты выполнения заданий по линии «Уравнения и неравенства»

№ задания в Кимах	Содержание задания	Познавательная категория	Форма ответа	Выполнили верно (в %)	
				Кем.обл.	**Россия**
Задание 7	Решение квадратного уравнения	Алгоритм	Краткий ответ	75,1	77,6
Задание 16	Решение системы линейных неравенств с одной переменной	Алгоритм	Соотнесение	47,2	68,6
Задание 18	Нахождение решения системы двух уравнений с двумя переменными с помощью готового графика	Знание/ понимание	Краткий ответ	41,5	66,4



Результаты выполнения заданий по линии «Уравнения и неравенства»

По данной линии только результаты решения квадратного уравнения являются удовлетворительными и сравнимы с результатами по России. С решением системы линейных неравенств с одной переменной и нахождением решения системы двух уравнений с двумя переменными с помощью готового графика справилось менее половины выпускников. При этом результаты ниже российских на 21,4 % и 24,9 % соответственно.

Приведем примеры заданий.

Пример задания 7. Найти корни уравнения $x^2 + 6 = 5x$

Пример задания 16. Каждой системы неравенств укажите множество её решений.

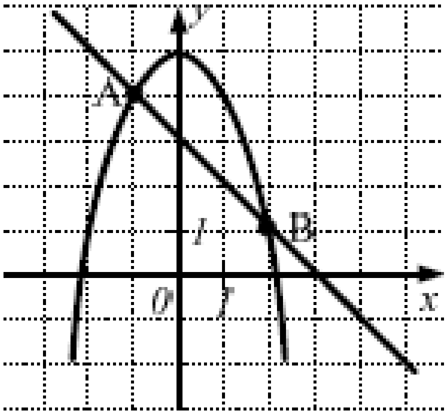
СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ	МНОЖЕСТВО РЕШЕНИЙ
А) $\begin{cases} x + 3 > 0, \\ x > -2 \end{cases}$	1) $2 < x < 3$
Б) $\begin{cases} 2 - x > 0, \\ x < 3 \end{cases}$	2) $x < 2$
В) $\begin{cases} x < -2, \\ x - 3 > 0 \end{cases}$	3) $x > -2$
	4) Решений нет

Ответ:

А	Б	В

Пример задания 18. Используя рисунок, решите систему уравнений

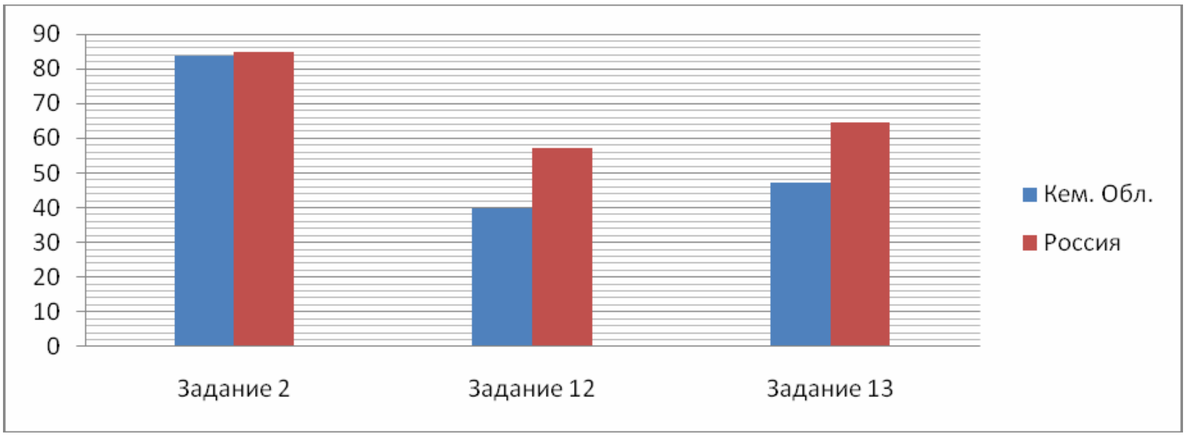
$$\begin{cases} x^2 + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$



Блок «Функции. Арифметическая и геометрическая прогрессии» был представлен 3-мя заданиями – это задания № 2, № 12, № 13.

Результаты выполнения блока «Функции. Арифметическая и геометрическая прогрессии»

№ задания в Кимах	Содержание задания	Познавательная категория	Форма ответа	Выполнили верно (в %)	
				Кем.обл.	**Россия**
Задание 2	Чтение графика реальной зависимости	Практическое применение	Краткий ответ	83,9	85,0
Задание 12	Чтение графика числовой функции	Знание/ понимание	Краткий ответ	39,7	57,3
Задание 13	Решение задачи на арифметическую прогрессию с применением формул общего члена	Знание/ понимание	Краткий ответ	47,2	64,7



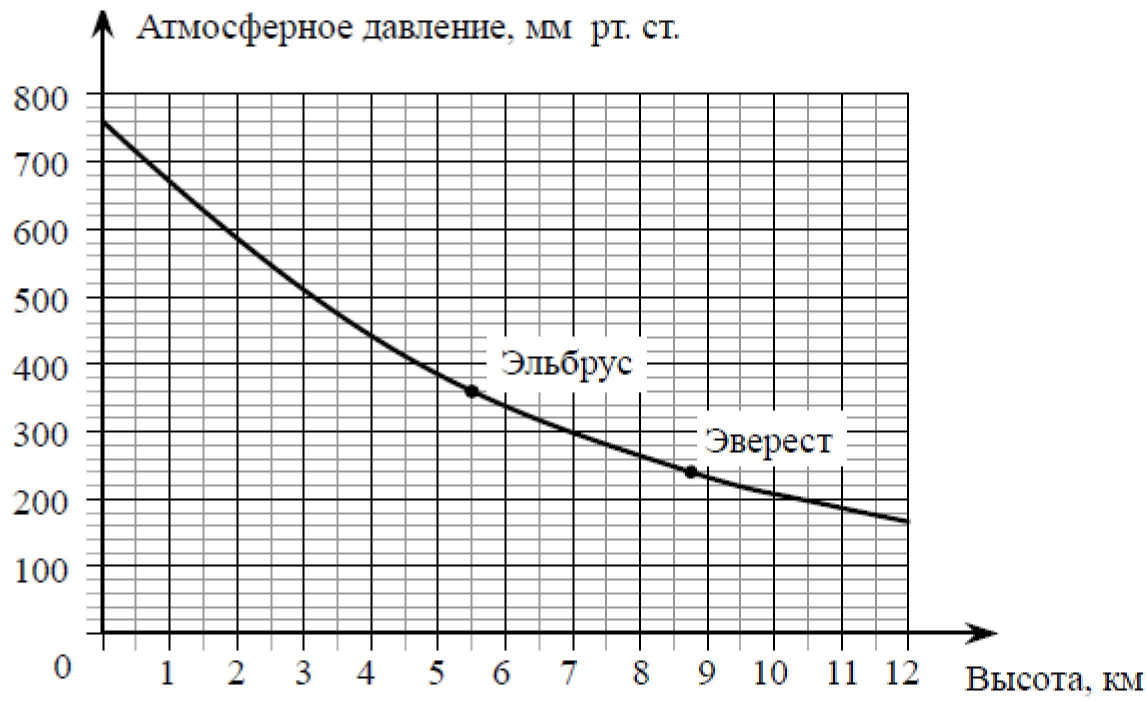
Результаты выполнения блока «Функции.
Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Результаты выполнения заданий из рассматриваемого блока показывают, что учащиеся на достаточно высоком уровне справились с вопросами по «реальному» графику. Уровень выполнения задания в Кемеровской области сопоставим с российским уровнем, ниже всего на 1,1 %.

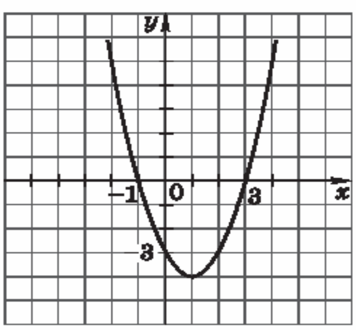
В задание № 12 был предложен график функции и три утверждения о её свойствах, из которых они должны были выбрать неверные. Вопросы по графику функции, не привязанной к какой-либо конкретной ситуации, вызвали большие трудности у выпускников 9-х классов. Учащимся необходимо было по графику определить: возрастает или убывает функция на заданном промежутке; принимает она положительные или отрицательные значения на промежутке; наибольшее (наименьшее) значение. Более 60% школьников Кемеровской области не смогли справиться с этой задачей. Для сравнения в России таких школьников чуть более 40 %. У учащихся не сформированы базовые умения и наглядные представления, необходимые для изучения функций и их свойств, составляющих значительную часть курса математики старших классов. Этот факт должен быть учтен учителем математики при обучении математики в старшей школе.

Вызывает удивление то, что со стандартной задачей на арифметическую прогрессию не справились свыше половины учащихся (52,8 %) Кемеровской области. Уровень выполнения по России также не высок. В задаче требовалось воспользоваться известной формулой для нахождения члена арифметической прогрессии с заданным номером. Формулы были в справочных материалах, предоставленных учащимся. Ошибки в данном задании имеют вычислительный характер или связаны с тем, что учащиеся или не смогли определить нужные значения для подстановки в формулу, или выполнили подстановку неверно, или же не сумели воспользоваться справочными материалами. Последний факт свидетельствуют о том, что у учащихся не сформированы общие учебные умения.

Пример задания 2. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты местности над уровнем моря (в километрах). На сколько миллиметров ртутного столба атмосферное давление на высоте Эвереста ниже атмосферного давления на высоте Эльбруса?



Пример задания 12. На рисунке изображен график квадратичной функции $y = f(x)$.



Какие из следующих утверждений о данной функции являются верными? Запишите их номера.

1) Наименьшее значение равно −3.

2) Функция возрастет на промежутке $(-\infty; 1]$

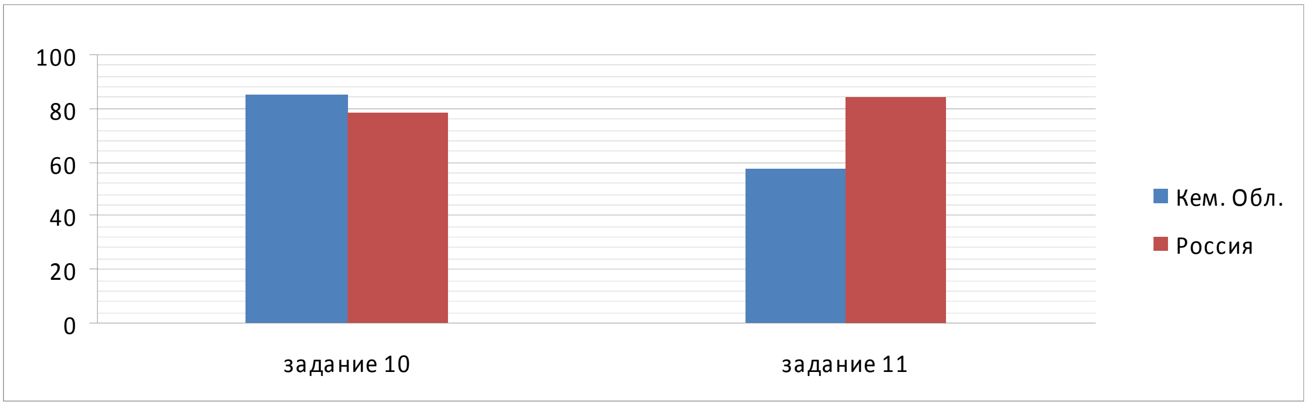
3) $f(x) < 0$ при $-1 < x < 3$.

<u>Пример задания 13</u>. Записаны три члена арифметической прогрессии: 10; 6; 2. Какое число стоит в этой арифметической прогрессии на 101-м месте?

Вероятностно-статистической линии проверялась двумя заданиями (10 и 11), первое из которых относилось к теории вероятностей, второе – к статистике.

Результаты выполнения вероятностно-статистической линии

№ задания в Кимах	Содержание задания	Познавательная категория	Форма ответа	Выполнили верно (в %)	
				Кем.обл.	Россия
Задание 10	Уметь находить вероятность случайного события	Практическое применение	Выбор ответа	85,4	78,3
Задание 11	Уметь работать со статистической информацией	Практическое применение	Краткий ответ	57,7	84,3



Результаты выполнения вероятностно-статистической линии

Задание № 10 оказалось для учащихся самым легким, уровень выполнения этого задания самый высокий (85,4 %) в первой части экзаменационной работы и единственное, уровень выполнения, которого выше, чем по России.

В задание № 11 проверялось умение работать со статистической информацией, представленной в таблице и использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Для 43,3 % выпускников Кемеровской области задание оказалось трудным, учащиеся не смогли верно интерпретировать, например выражение «не хуже 9,8 с», трактуя его как «чем больше, тем лучше». Это свидетельствует об отрыве математических знаний от их жизненных представлений таких учащихся. По Росси в среднем таких учащихся меньше, всего порядка 20%.

Ниже приводятся примеры заданий.

Пример задания 10. В десятом физико-математическом классе учится 14 мальчиков и 11 девочек. По жребию они выбирают старосту класса. Какова вероятность того, что это будет мальчик?

1) $\frac{1}{14}$ 2) $\frac{11}{14}$ 3) $\frac{14}{25}$ 4) $\frac{11}{25}$

Пример задания 11. В таблице даны результаты забега мальчиков 9-го класса на дистанцию 60 м.

Номер дорожки	1	2	3	4
Время (с)	10,0	9,7	9,9	9,2

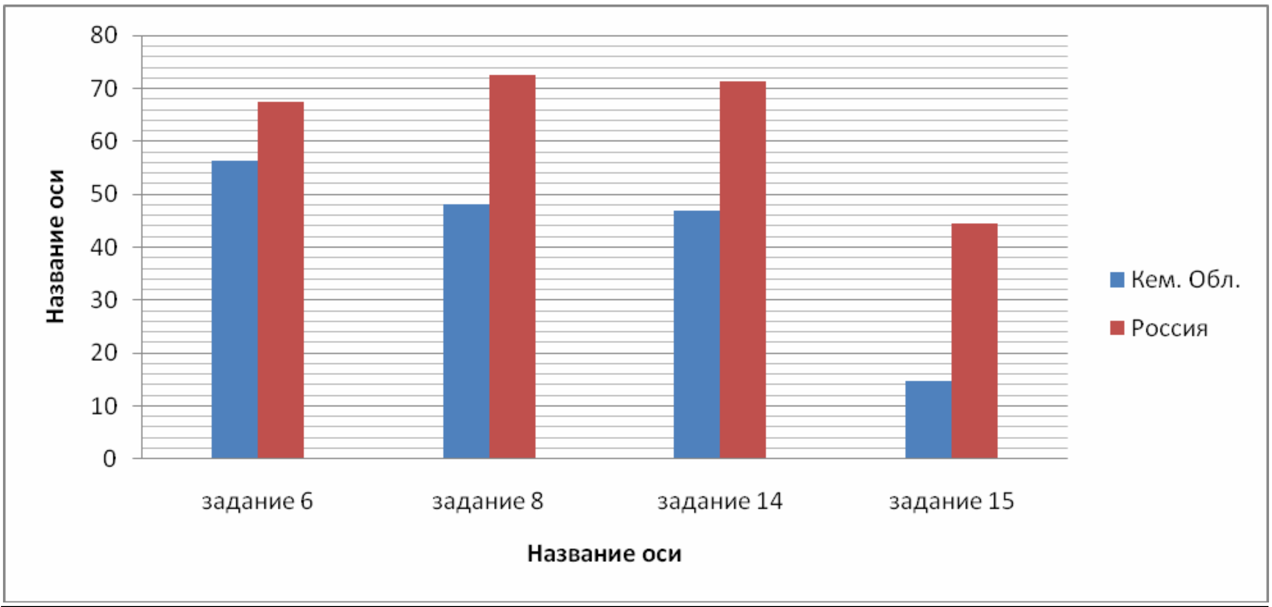
Зачет выставляется, если показано время не хуже 9,8 с. Выпишите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получивших зачет.

В работу 2012 г. впервые были включены задания по геометрии. В первой части это задания № 6, № 8, № 14, № 15.

Результаты выполнения геометрических задач

№ задания в Кимах	Содержание задания	Познавательная категория	Форма ответа	Выполнили верно (в %)	
				Кем.обл.	Россия
Задание 6	Использование знания о подобных треугольниках и умений вычислять элементы подобных треугольников в практической деятельности и повседневной жизни	Практическое применение	Краткий ответ	56,2	67,4

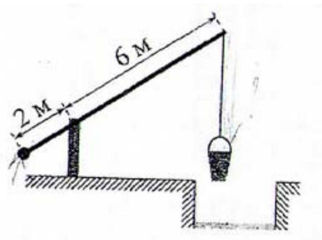
Задание 8	Нахождение стороны четырехугольника, используя свойства прямоугольного треугольника	Решение задачи	Краткий ответ	48,1	72,6
Задание 14	Нахождение величины вписанный угла, опирающегося на ту же дугу, что и заданный центрального угол	Решение задачи	Краткий ответ	46,9	71,4
Задание 15	Оценивание логической правильности утверждений, распознавание ошибочных утверждений	Рассуждение	Краткий ответ	14,7	44,4



Результаты выполнения геометрических задач

Ниже приведены примеры геометрических задач в экзамене 2012 года.

<u>Пример задания 6</u>. На рисунке изображен колодец с «журавлем». Короткое плечо имеет длину 2м, а длинное плечо – 6 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 0,5 м?

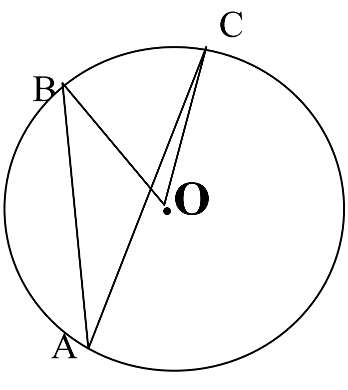


Данное задание с сюжетной практической ситуацией относится к теме «Подобие». Подобные треугольники надо было нарисовать, задать их элементы. Данная геометрическая задача оказалась самой легкой для выпускников Кемеровской области из данного блока, с ней справилось более половины школьников. Основная ошибка, которую допустили учащиеся, решив, что больший конец журавля опускается на столько метров, на сколько меньший поднимается.

<u>Пример задания 8</u>. Сторона ромба равна 40, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

Менее половины учащихся (48,1 %) справилось с данной задачей. При её решении можно было использовать свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30° или найти неизвестный катет прямоугольного треугольника используя определение косинуса прямого угла. Таким образом, 51,9 % выпускников 9-х классов не освоили тему решение прямоугольных треугольников.

<u>Пример задания 14</u>. Точка О – центр окружности, $\angle BOC = 70^\circ$. Найти величину угла *BAC* (в градусах)



В задании необходимо лишь распознать «вписанный угол» и «центральный угол» и применить известную теорему. Менее половины учащихся смогли применить данный факт для решения задачи.

В работу 2012 г. впервые были включены задания, отнесенные к категории «Рассуждение». Учащимся были даны три утверждения относительно геометрических фигур или геометрических величин, из которых надо было выбрать верные. Для его выполнения необходимо владеть знаниями основных фактов курса и владеть определенными логическими приемами: умением применить общее утверждение к конкретному случаю, вывести следствие, привести контрпример, рассмотреть частный случай, а также переформулировать утверждение в эквивалентное ему утверждение или записать его в виде формулы. Приведем пример одного из заданий.

<u>Пример задания № 15</u>. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

1) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.

2) Если две различные прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.

3) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

3.2 Результаты выполнения заданий части 2 выпускной экзаменационной работы по математике в 9-х классах 2012 года

Часть 2 экзаменационной работы предназначена для дифференцированной проверки владения учащимися алгебраическим материалом на повышенном и высоком уровнях. В соответствии с этой целью в части 2 представлены задания разных уровней сложности:

- задание № 19 условно – первого повышенного уровня, планируемый уровень трудности этого задания составлял 40–60%;
- задания № 20 и № 21 – второго повышенного уровня, планируемый уровень трудности – 20–40%;
- задания № 22 и № 23 – высокого уровня, рассчитаны на учащихся, получивших более основательную подготовку, чем та, которая обеспечивается пятичасовым курсом. Их планируемый уровень трудности – менее 20%.

Результаты выполнения заданий части 2

№ задания в Кимах	Содержание задания	Выполнили верно (в %)	
		Кем. обл.	Россия
Задание № 19	Преобразование дробных выражений	30,6 %	32,2 %
Задание № 20	Умение проводить несложные геометрические доказательства	7,5 %	13,4 %
Задание №21	задача на геометрическую прогрессию	8,9 %	8 %
Задание № 22	Умение строить графики функций и анализировать их свойства	8,2 %	6,94 %
Задание № 23	Геометрическая задача, связанная с вписанной окружностью	0,5 %	1,3 %

Ниже приведены содержание заданий № 19-№23, их решение, критерии оценки выполнения данных заданий, фрагменты из экзаменационных работ учащихся, допустивших ошибки заданиях второй части экзаменационной работы. В приведенных примерах прослеживаются типичные ошибки, которые носят серийный характер. Данные ошибки свидетельствуют об определенном уровне сформированности формального алгебраического и логического аппарата, а также о пробелах в базовой подготовке учащихся.

<u>Пример задания № 19</u>. Сократите дробь $\frac{x^3+3x^2-4x-12}{(x-2)(x+3)}$

Решение.

$$\frac{x^3+3x^2-4x-12}{(x-2)(x+3)}=\frac{x^2(x+3)-4(x+3)}{(x-2)(x+3)}=\frac{(x+3)(x^2-4)}{(x-2)(x+3)}$$
$$=\frac{(x+3)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)}=x+2.$$

Ответ: $x+2$.

Критерии оценки выполнения задания № 19

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Разложение на множители числителя и знаменателя дроби выполнено правильно, получен верный ответ.
1	Правильно выполнено разложение на множители числителя дроби, но сокращение дроби не доведено до конца
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Ниже приведены оригиналы решений учащихся задания № 19 на экзамене по математике 2012 года.

Пример 1 выполнения выпускниками задания № 19.

№19. $\frac{x^3-2x^2-16x+32}{(x-2)(x-4)} = \frac{(x^3-2x^2)-(16x+32)}{(x-2)(x+4)} = \frac{x^2\cancel{(x-2)}-16(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x-4)} =$

$\frac{\cancel{(x-4)}(x+4)-(x+2)}{\cancel{(x-4)}} = \cancel{x}+4-\cancel{x}-2 = 2.$

Пример 2 выполнения выпускниками задания № 19.

№19

$\frac{x^3-2x^2-16x+32}{(x-2)(x-4)} = x^3-x-4+32 = 8x^2$

Пример 3 выполнения выпускниками задания № 19.

19. $\frac{x^3+3x^2-4x-12}{(x-2)\cdot(x+3)} = \frac{(x^3+3x^2)-(4x-12)}{(x-2)\cdot(x+3)} - \frac{x^2\cancel{(x+3)}-4\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x-2)}\cdot\cancel{(x+3)}}$

$= x^2-4 = x-2$ Ответ: $x^2-4 = x-2$; Ответ: $x-2$

В приведенных примерах учащиеся допускают целый спектр ошибок:

- при вынесения знака минус за скобки;
- при разложении многочлена на множители;
- при сокращении дробей.

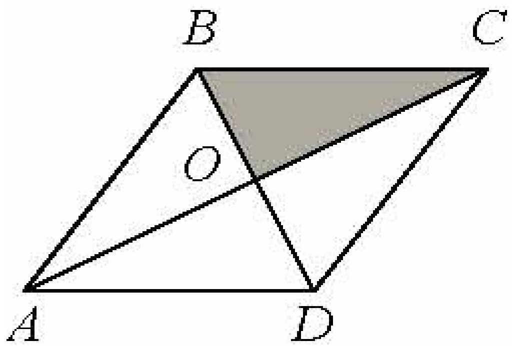
Выпускники демонстрируют полноне непонимание того, что значит сократить дробь, изобретая необычные способы сокращения алгебраических дробей.

<u>Пример задания № 20.</u> В параллелограмме *ABCD* диагонали *AC* и *BD* пересекаются в точке *O*. Докажите, что площадь параллелограмма *ABCD* в четыре раза больше площади треугольника *BOC*.

Доказательство.

$S_{BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot BO \cdot \sin\angle CBO;$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BD \cdot \sin\angle CBO$$



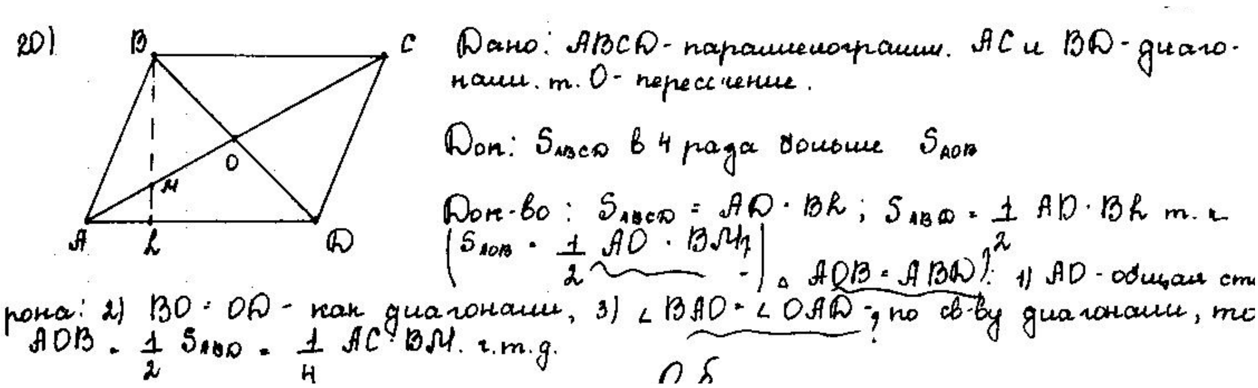
Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам, поэтому $BD = 2\ BO$. Следовательно, $2S_{BOC}=S_{BCD}$. Треугольники ABD и BCD равны по трем сторонам, поэтому равны и их площади. Значит, $S_{ABCD} = 2S_{BCD} = 4S_{BOC}$

Что и требовалось доказать.

Критерии оценки выполнения задания № 20

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, на основании какого факта равны треугольники
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Пример 1 выполнения выпускниками задания № 20.


20) Дано: ABCD - параллелограмм. AC и BD - диагонали. т. O - пересечение.

Док: S_{ABCD} в 4 раза больше S_{AOB}

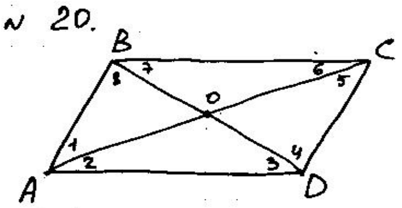
Док-во: $S_{ABCD} = AD \cdot BK$; $S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BK$ т.к. ($S_{AOB} = \frac{1}{2} AD \cdot BM$) $\triangle AOB = \triangle ABD$? 1) AD - общая сторона; 2) BO = OD - как диагонали, 3) $\angle BAD = \angle OAD$, по св-ву диагонали, т.е. $AOB = \frac{1}{2} S_{ABD} = \frac{1}{4} AC \cdot BM$. ч.т.д.

ОБ

В примере выпускник пытается применить формулу для вычисления площади треугольника через основание и высоту. Но, к сожалению, применяя её правильно в одном случае, далее допускает ошибки и не достигает желаемых результатов.

Пример 2 выполнения выпускниками задания № 20.

№ 20.



Дано: ABCD – параллелограмм
O = AC ∩ BD
Доказать: $S_{ABCD} = 4S_{BOC}$

Доказательство:

BO = OD = CO = OA (т.к. диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам)

BC // AD (т.к. ABCD –
AB // DC (параллелограмм)

∠1 = ∠5 (как накрестлежащие при AB // CD и секущей AC)
∠2 = ∠6 (как накрестлежащие при BC // AD и секущей AC)
∠8 = ∠4 (как накрестлежащие при AB // CD и секущей BD)
∠7 = ∠3 (как накрест лежащие при ~~AB~~ BC // AD и секущей BD)

Следовательно: Δ AOB = Δ DOC (по 2-м сторонам и прилежащим к ней углам)

Δ BOC = Δ AOD (по 2-м сторонам и прилежащей к ней углам)

∠8 = ∠3
∠4 = ∠7 } как вертикальные при секущей BD
∠6 = ∠1
∠5 = ∠2 } как вертикальные при секущей AC

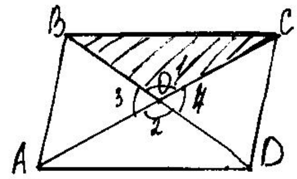
Следовательно: Δ AOB = Δ BOC = Δ COD = Δ DOA (по 2-м сторонам и прилежащим к ней углам).
Параллелограмм состоит из 4-х равных треугольников.
Значит, $S_{ABCD} = S_{BOC}$
Ч.т.д.

Об

Выпускник при доказательстве задачи применяет все, что может вспомнить, демонстрируя полное невежество в вопросах геометрии. При обосновании равенства треугольников заменяет равенство противолежащих сторон параллелограмма их параллельностью, ссылается на несуществующий признак равенства треугольников, демонстрирует не знание вертикальных углов и доказывает, что диагонали параллелограмма делят его на четыре равных треугольника.

Пример 3 выполнения выпускниками задания № 20.

20 об



Дано: ABCD – параллелограмм

AC и BD – диагонали

Доказать: $S_{\square}ABCD$ в 4 раза больше $S_{\Delta}BOC$

Доказательство:

Рассмотрим Δ BOC и Δ AOD они равны т.к

1. $\angle 1 = \angle 2$ (смежные углы)

2. точка O общая

3. AO = OC, BO = OD $\Rightarrow$ Δ BOC = Δ AOD

Рассмотрим Δ BOA и Δ COD они равны т.к

1. $\angle 3 = \angle 4$ (как вертикальные)

2. точка O общая

3. BO = OD, AO = OC $\Rightarrow$ Δ BOA = Δ COD

Следовательно, можно сказать, что $S_{\square}ABCD$ в 4 р. больше $S_{\Delta}BOC$

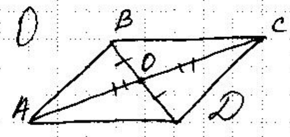
что и требовалось доказать

Выпускник продемонстрировал умение видеть и доказывать равенство треугольников, при небольших недочетах. Но окончательный вывод делается, без каких либо логических или математических обоснований. Данная ошибка является типичной при выполнении данного задания. В двух ниже следующих примерах прослеживается такая же ошибка, но при более лаконичных записях и без каких либо обоснованиях.

Пример 4 выполнения выпускниками задания № 20.

N 20

O



Дано:

ABCD – параллелограмм

Δ AOB

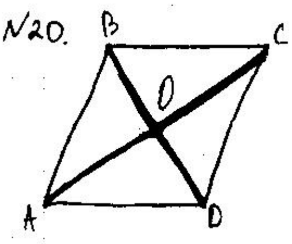
диагонали AC и BD.

Доказательство.

Т.к Δ AOB = Δ DOC, а таких треугольников в параллелограмме 4, значит площадь параллелограмма больше площади треугольника в 4 раза.

Пример 5 выполнения выпускниками задания № 20.

№20.



Дано: ABCD – параллелограм
AC и BD – диагонали.
Док-ть: $S_{ABCD} = 4AOD$.
Док-во.

$S_{ABCD} = AOD + BOA + BOC + COD \Rightarrow 4AOD \Rightarrow$
$S_{ABCD} = 4AOD$.

ч.т.д.

Автор данного шедевра пытается обосновать, что параллелограмм состоит из четырех равных треугольников, но при этом само оформление не выдерживает никакой критики.

***Пример задания № 21*.** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 144, а сумма второго и третьего членов равна 72. найдите три члена этой прогрессии.

Решение.

1) Пусть $(b)_n$ – данная геометрическая прогрессия.

Составим систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_1 g = 144, \\ b_1 + b_1 g^2 = 72. \end{cases}$

Решим полученную систему уравнений:

$\begin{cases} b_1(1+g) = 144, \\ b_1 g(1+b_1) = 72; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1(1+g) = 144, \\ g \cdot 144 = 72. \end{cases}$

Решая второе уравнение, получаем $g = \frac{1}{2}$.

2) Далее вычисляем

$b_1 = 96, b_2 = 48;\ b_3 = 24.$

Ответ: 96; 48; 24.

Критерии оценки выполнения задания № 21

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба шага его выполнены , получен верный ответ
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного
0	Другие случаи, не соответсвующие указанным критериям

Пример 1 выполнения выпускниками задания № 21.

№21.

(b_n) - геометр. пр.

$-\begin{cases} b_1+b_2=48 \\ b_2+b_3=144 \end{cases}$ Решу систему вычитанием.

$b_2=96$

Подставлю: $b_1+96=48$?

$b_1=48-96$

$b_1=-48$

Ответ: $-48; 96; -192$.

$q=\frac{b_2}{b_1}$ $\quad q=\frac{96}{-48}=-2$

$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$ $\quad b_3=-48\cdot(-2)^2=-48\cdot 4=-192$ 0б

Пример 2 выполнения выпускниками задания № 21.

№21.

$b_1+b_2\cancel{=75}$

$\cancel{b_2+}b_3=150$

Найти: $b_1; b_2; b_3$.

Решение:

1) $\begin{cases} b_1+b_2=75 \\ b_2+b_3=150 \end{cases}$ 2) $\ominus\begin{cases} b_2=75-b_1 \\ b_2=150-b_3 \end{cases}$ 3). $\begin{cases} b_2=75-b_1 \\ 1=\frac{1}{2}+\frac{b_1}{b_3} \end{cases}$ 4). $\begin{cases} b_2=75-b_1 \\ \frac{1}{2}=\frac{b_1}{b_3} \end{cases}$

5). $\begin{cases} b_2=75-b_1 \\ b_3=2b_1 \end{cases}$ 6). $\cancel{\begin{cases} b_1=75-b_2 \\ b_3=150-b_2 \end{cases}}$ 8). $\begin{cases} b_2=75-b_1 \\ 2b_1=150-75+b_1 \end{cases}$

7). $b_2=0$

$b_1=75$

$b_3=150$

Ответ: 75; 0; 150. 0б

Пример 3 выполнения выпускниками задания № 21.

21. $\overbrace{100+20}^{120}+20$ $\quad$ 100, 20, 20. 0б

Пример 4 выполнения выпускниками задания № 21.

21.

$$\begin{cases} b_1+b_2=48 \\ b_2+b_3=144 \end{cases}$$

$$:\begin{cases} b_1+b_1\cdot q=48 \\ b_1\cdot q+b_1\cdot q^2=144 \end{cases}$$

$$\frac{b_1+\cancel{b_1\cdot q}}{\cancel{b_1\cdot q}+\cancel{b_1}\cdot q^2}=\frac{48}{144} \qquad 48q^2=144$$

$$\frac{1}{q^2}=\frac{48}{144} \qquad q^2=3$$

$$q=\sqrt{3}.$$

$$S_2=\frac{b_1\cdot(q^2-1)}{q-1}=\frac{b_1\cdot 2}{\sqrt{3}-1}$$

$$2b_1=48\cdot(\sqrt{3}-1)$$

$$b_1=24\sqrt{3}-24$$

$$b_2=b_1\cdot q$$

$$b_2=24\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-24\cdot\sqrt{3}=72-24\sqrt{3}.$$

$$b_3=b_1\cdot q^2 \qquad b_3=24\sqrt{3}-24\cdot 3\sqrt{3}=216-72\sqrt{3}.$$

В приведенных примерах видим и способ подбора (пример 3), при этом не важно, что прогрессии в результате не получается. И попытки решить систему двух уравнений с тремя неизвестными (примеры 1 и 2).

В примере 4 ученик догадывается, что в системе нужно перейти к двум переменным. Но при этом правила сокращения дробей для него не существует и соответсвенно дальше ученик получает неправильный ответ.

Пример задания № 22. Известно, что графики функций $y=-x^2+p$ и $y=-2x+5$ имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

Решение.

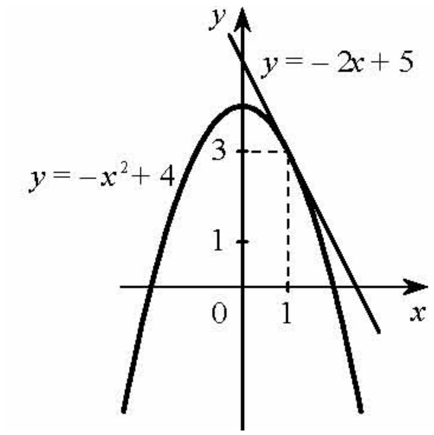
1) Составим уравнение по условию задачи: $-x^2+p=-2x+5$, откуда $x^2-2x+5-p=0$. Графики функций имеют одну общую точку в том и только в том случае, когда полученное урвнение имеет единственный корень, т. е . когда $D=0$.

Получим: $D = 1 - 8 + p, p = 4$.

Значит, исходная квадратичная функция имеет вид $y = -x^2 + 4$.

2) Вычисляем координаты общнй точки: $-x^2 + 4 = -2x + 5;\ x^2 - 2x + 1 = 0;$ $x = 1;\ y = 3$.

3) Построим графики квадратичной и линейной функций с общей точкой (1; 3)



Ответ: (1; 3); графики изображены на рисунке

Критерии оценки выполнения задания № 22

Баллы	Критрии выполнения задания
4	Графики построены верно. Получен верный ответ
3	Графики построены правильно, верно найдено значение параметра p, но при определении координат общей точки заданных графиков допущена описка или вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответсвующие указанным критериям

Пример 1 выполнения выпускниками задания № 22.

22) об $\begin{cases} y = -x^2 + p. \\ y = 2x + 5. \end{cases}$ $-x^2 + p = 2x + 5.$

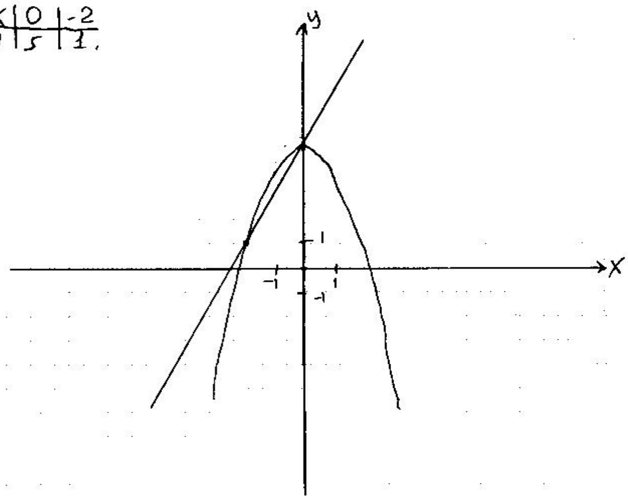
$-x^2 - 2x - 5 + p = 0$

$D = 4 - 4\cdot(-1\cdot(-5+p)) = 4 - 20 + 4p = \underline{-16 + 4p}.$

$y = -x + p$ - парабола. вершина $\underline{O'(0; p)}$?

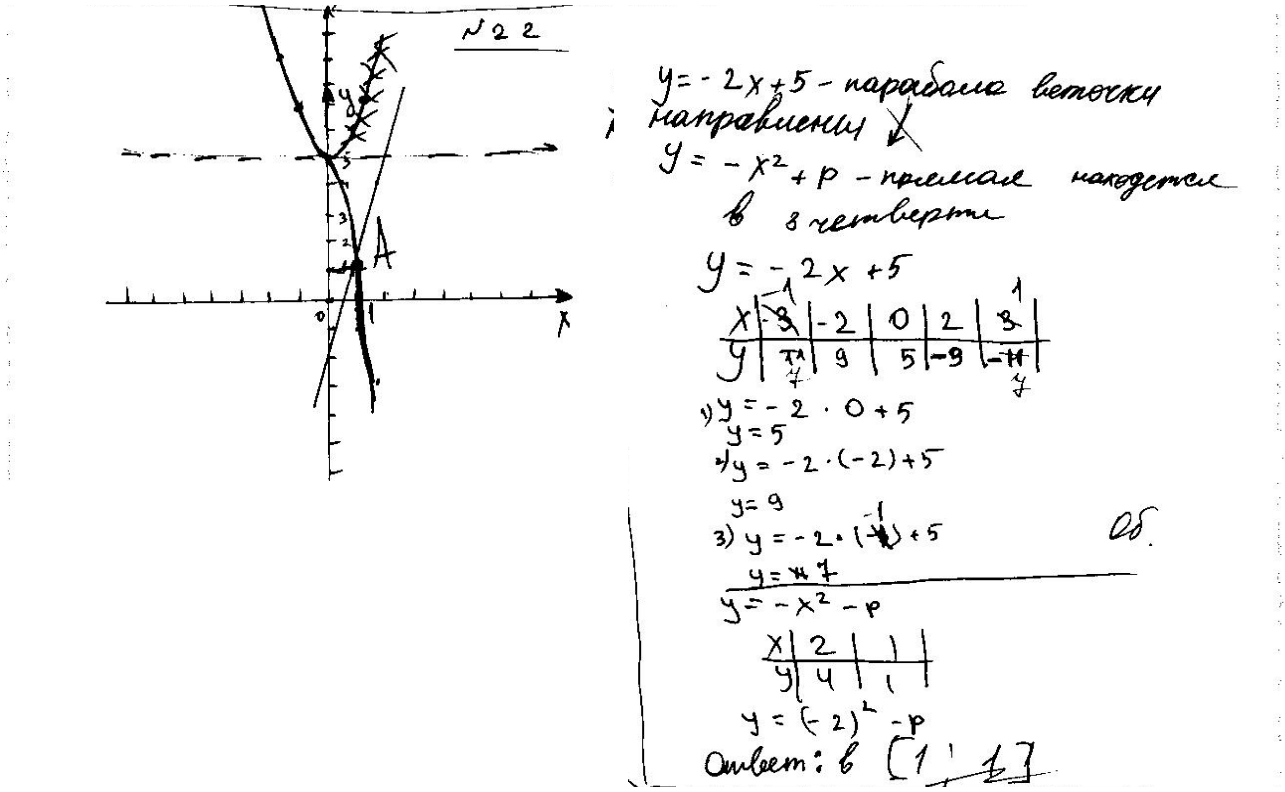
$y = 2x + 5$ - прямая

x	0	-2
y	5	1.



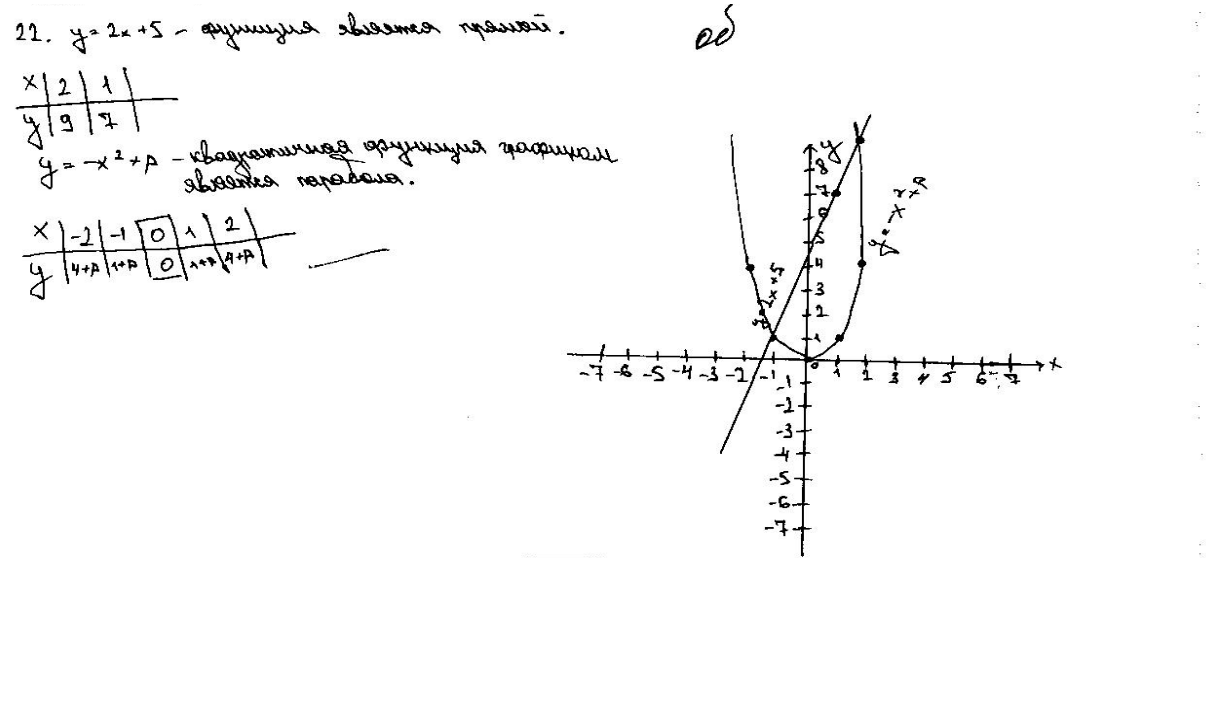
Ученик знает как строятся графики исходных функций. Понимает, что если графики имеют общие точки, то значения функций равны. Получает верное выражения для дискриминанта получившегося квадратного уравнения. Но про условие, что графики имеют одну общую точку он забывает и задача остается не решенной.

Пример 2 выполнения выпускниками задания № 22.



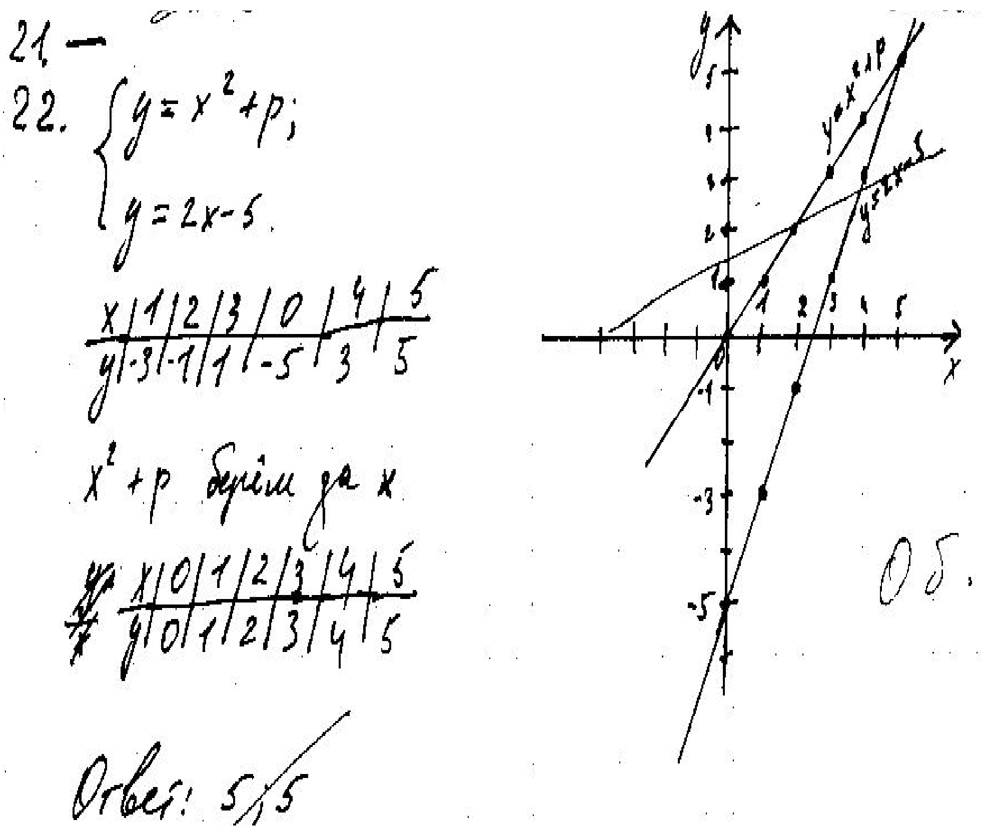
Решение данного примера вызывает грустную улыбку. В примере перепутано все, что можно перепутать.

Пример 3 выполнения выпускниками задания № 22.



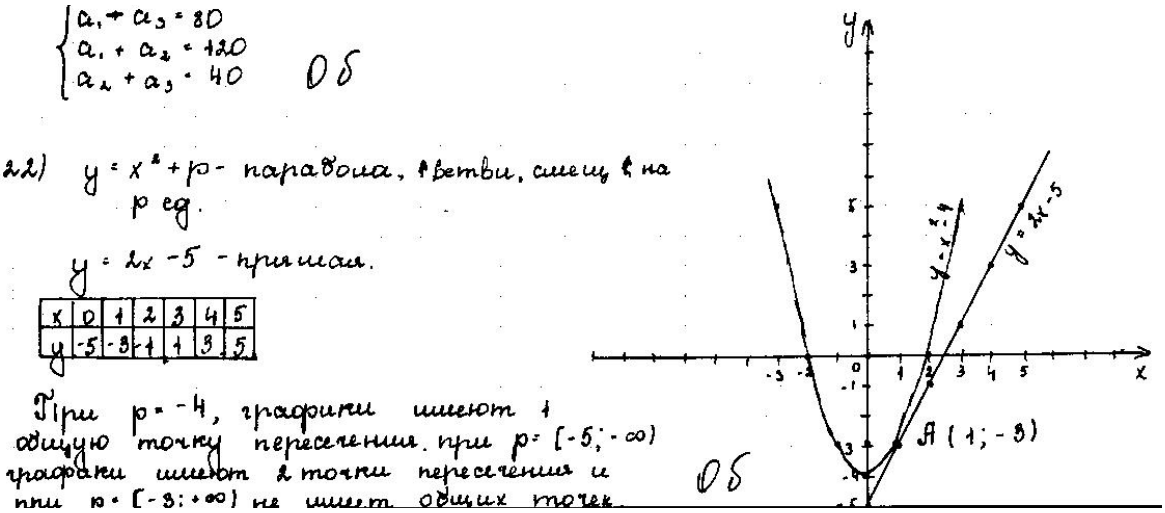
В примере встречаем типичное выражение для наших учащихся, не график функции является прямой, а функция является прямой. При вычислении координаты y во второй таблице допускаются ошибки при учете знака минус перед переменной x^2 . Часто встречаемая ошибка, когда не правильно трактуется возведение в квадрат отрицательного выражения и учета знака минус перед выражением с квадратом.

Пример 4 выполнения выпускниками задания № 22.



Данное решение оставим без комментариев.

Пример 5 выполнения выпускниками задания № 22.

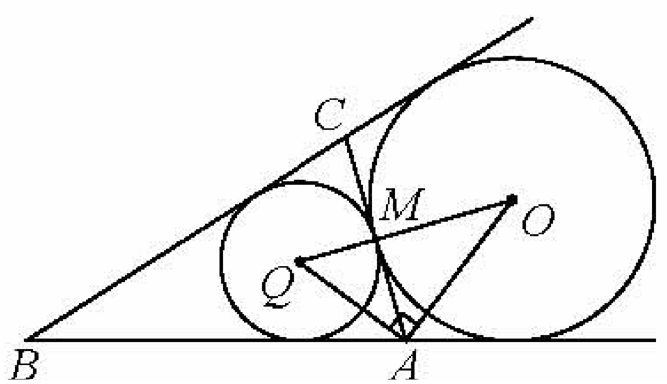


Формально ученик правильно решил задачу. Правильно найдено значение параметра *p*, на рисунке верно отмечена точка касания. Но далее ученик забывает об условии и вопросе задачи, ведет рассуждения в другом направлении, не имеющим отношения к задаче, и при этом допускает ошибки. В данном примере четко прослеживается, что обладая знаниями и умениями достаточными для решения задачи, у ченика не сформированы умения контролировать свою деятельность, соотносить полученные результаты с вопросом задачи.

Пример задания № 23. Основание *AC* равнобедренного треугольника *ABC* равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания *AC* в его середины. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник *ABC.*

Решение.

Пусть *O* – центр данной окружности, а *Q* – центр окружности, вписанной в треугольник *ABC.* Из прмоугольного треугольника *AOQ*



AQ и *AO* – биссектрисы смежных углов) находим, что $AM^2 = MQ \cdot MO.$

Следовательно $QM = \frac{AM^2}{QM} = \frac{10}{3}.$

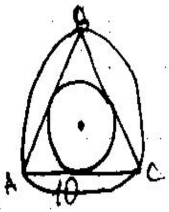
Ответ: $\frac{10}{3}$

Критерии оценки выполнения задания № 23

Баллы	Критрии выполнения задания
4	Ход решения верный, все шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертеж соответствует условию задачи, но даны неплные объяснения или допущена вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответсвующие указанным критериям

Пример 1 выполнения выпускниками задания № 23.

№23



г.т.д.

Дано: ABC - равноб. треуг.

AC-основание = 10.

Найти: r вписанной окруж.

Решение.

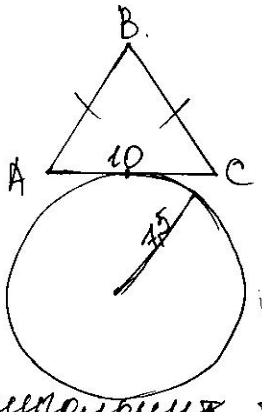
$r=\frac{\sqrt{3}}{6}a$ => Т.к. Δравноб. то и стороны будут равны

AC = AB = BC; AC = b; BC = a, AB = c. => a = 10. => $r=\frac{\sqrt{3}}{\cancel{6}_3}\cdot\cancel{10}^5=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 5=$

$=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Пример 2 выполнения выпускниками задания № 23.

23.



Дано: Равнобедренный треугольник ABC с основанием AC; AB = BC; окружность r = 7,5.

Найти: r окружности вписанный в ABC.

Решение: если ABC равнобедренный треугольник то AB = C B стороны равны. Также нам известно, что AC = 10. Если это так, то значит окружность касается AC в середине, то есть в 5. Если это так то $\frac{AC}{} = 5$ Также известно что окружность ~~рад~~ вписанное радиусом 7,5.

При этом окружность касается продолжений боковых сторон.

AB = CB; $\frac{AC}{2} = 5$; AC = 10.

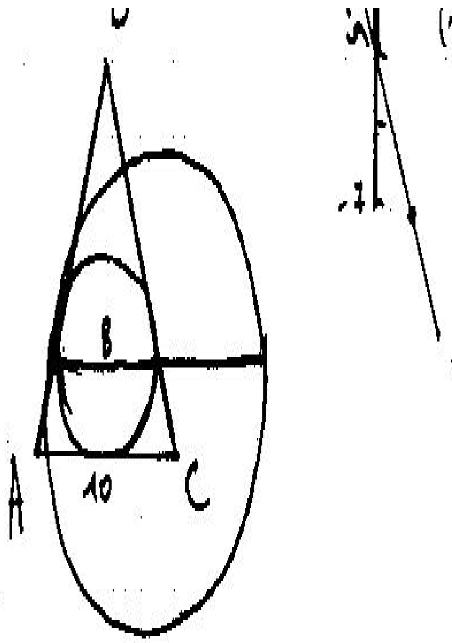
0б

<u>Ответ</u>: радиус окружности вписанной в треугольник ABC равен ?

Пример 3 выполнения выпускниками задания № 23.

(задача 22)

Дано:
ABC - равнобедренный треугольник
основания ABC = 10
Найти: r окружности,
вписаной в треугольник ABC



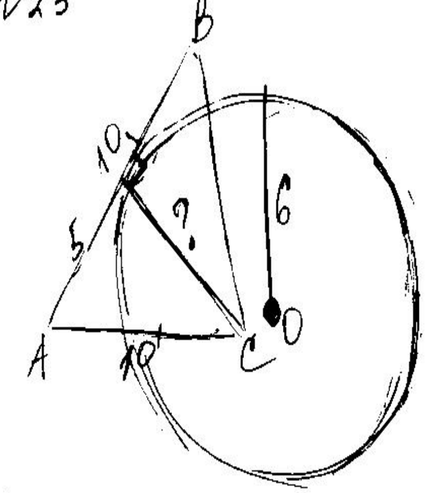
Решение:
8:2 = 4

Ответ: r = 4.

Об

Пример 4 выполнения выпускниками задания № 23.

№23



Дано: △ABC, AC = AB
AC = 10
OR = 6
Найти:
r впис. ок. в △ABC.

Решение:

• Радиус R окружности описанной около правильного △ = $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

• Радиус r окружности вписанной в прав. △ равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$

Во всех приведенных примерах выпускники не смогли правильно выполнить чертеж, продемонстрировав непонимание условия задачи. Соответственно далее не приходится ожидать правильного решения.

Выводы и рекомендации

Анализ результатов, проведенный в 2012 г., позволяет выявить некоторые проблемы в системе обучения математики в основной школе. По всем содержательным блокам выявились серьезные недостатки в подготовке учащихся:

– значительный процент (21,1 %) выпускников не овладевает минимумом элементов содержания обязательных результатов обучения по математике;

– низок уровень алгебраической, геометрической и вычислительной культуры выпускников;

– налицо формальный уровень усвоения основных математических понятий и, как следствие, неумение выпускников продуктивно действовать в ситуациях, отличающихся от типичных;

– недостаточно развиты навыки самоконтроля даже у наиболее подготовленных к экзамену учащихся.

Представленный выше анализ результатов содержит достаточное количество прямых и косвенных рекомендаций, позволяющих увидеть слабые места в подготовке учащихся и наметить пути совершенствования учебного процесса, как в целом, так и при работе со школьниками, имеющими разный уровень подготовки и разные потребности в математике.

Методическую помощь учителю могут оказать материалы, размещенные на сайте ФИПИ, областного центра мониторинга качества образования. Также можно порекомендовать использование материалов следующих сайтов:

www.mathgia.ru – сайт является прототипом Открытого банка заданий для Государственной итоговой аттестации по математике учащихся 9 классов. Он разработан в соответствии с действующим федеральным государственным образовательным стандартом по математике, действующими учебниками и учебными пособиями;

http://alexlarin.net. ru и http://www.alleng.ru/. На сайтах расположено много полезного материала при подготовке к экзамену по математике.

Кроме того, можно воспользоваться методическими пособиями, подготовленными разными коллективами. Но советуем посмотреть, есть ли они в списке изданий, рекомендуемых ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» на сайте института.